



**Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade
para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores
de 23 Anos - 2024**

**Prova escrita de conhecimentos específicos
de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

Instruções gerais

1. A prova é constituída por 2 grupos de questões obrigatórias.
2. A duração da prova é de 2 horas, estando prevista uma tolerância de 30 minutos;
3. Só pode utilizar para elaboração das suas respostas e para efetuar os rascunhos as folhas distribuídas pelo docente vigilante, salvo se previsto outro procedimento;
4. Não utilize qualquer tipo de corretor. Se necessário risque ou peça uma troca de folha;
5. Não é autorizada a utilização de quaisquer ferramentas de natureza eletrónica (telemóvel, *ipad*, computador portátil, leitores/gravadores digitais de qualquer natureza ou outros não especificados), exceto máquina de calcular para realizar cálculos e obter representações gráficas de funções, devidamente autorizadas.
6. Deverá disponibilizar ao docente que está a vigiar a sala, sempre que solicitado, um documento válido de identificação (cartão de cidadão, bilhete de identidade, carta de condução ou passaporte);
7. A cotação de cada questão encontra-se na última página da prova.

Leiria, 25 de maio de 2024

Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de Leiria dos Maiores de 23 Anos – 2024

Prova de Avaliação de MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

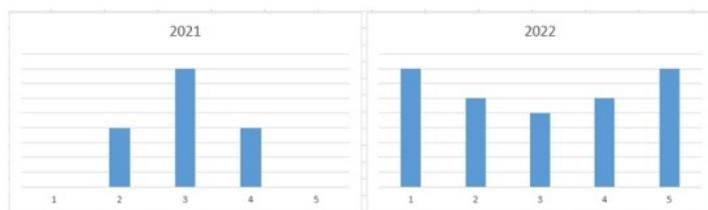
- **Identifique claramente os grupos e as questões a que responde.**
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de **tinta azul** ou **preta**.
- É **interdito** o uso de “**esferográfica lápis**” e de **corretor**. Se necessário risque ou peça uma troca de folha.
- **Não é autorizada** a utilização de quaisquer **ferramentas** de natureza **eletrónica** (telemóvel, ipad, computador portátil, leitores/gravadores digitais de qualquer natureza ou outros não especificados), **exceto máquina de calcular** para realizar cálculos e obter representações gráficas de funções, devidamente autorizadas.
- Deverá disponibilizar ao docente que está a vigiar a sala, sempre que solicitado, um **documento válido de identificação** (cartão de cidadão, bilhete de identidade, carta de condução ou passaporte)
- A prova de avaliação tem **7 páginas**.
- A prova de avaliação inclui um **formulário** na **página 6**.
- As **cotações** da prova de avaliação encontram-se na **página 7**.

Grupo I

- As **dez questões** deste grupo são de **escolha múltipla**.
- Em cada questão são indicadas **quatro alternativas** de resposta das quais **só uma está correta**.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma letra ou se esta for ilegível, a sua **resposta** será considerada **incorreta**.
- As **respostas incorretas** terão **cotação nula**.
- **Não apresente nem cálculos nem justificações**.

1. Sabendo que -3 é raiz do polinómio $p(x) = x^3 + kx^2$, o valor de k é igual a:
A. 3. B. 2. C. -3. D. -2.
2. Um saco contém 8 bolas idênticas, mas com cores diferentes: três bolas azuis, quatro vermelhas e uma amarela. Retiram-se ao acaso duas bolas, sem reposição. Qual a probabilidade da segunda bola retirada ser azul?
A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{8}{15}$.
3. Quantas arestas tem um grafo com vértices de graus 5, 3, 3, 2, 2, 1?
A. 5. B. 16. C. 10. D. 8.

4. Em 2021 e em 2022 os organizadores de um festival aplicaram um questionário a uma amostra de participantes. Uma das questões colocadas era o número de dias em que o inquirido participou no festival nesse ano. Com os dados recolhidos, obtiveram-se os gráficos de frequências absolutas seguintes (admita que a escala no eixo vertical é a mesma nos dois gráficos.):



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

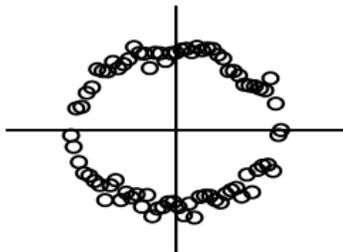
- A. A média em 2021 foi inferior à média em 2022.
 B. O desvio-padrão em 2022 foi superior ao desvio-padrão dos dados do ano anterior.
 C. A moda em 2021 foi inferior à mediana em 2022.
 D. Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.
5. Qual a solução do sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$?
- A. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$.
6. Considere, em \mathbb{R} , a equação polinomial definida por $2x^2 - x(2x - 1) = 1$. Qual é o seu conjunto solução?

- A. $\{-1\}$.
 B. $\{1, 3\}$.
 C. $\{2/3\}$.
 D. $\{1\}$.

7. Qual a equação da reta que passa pelos pontos A(2,1) e B(1,-1)?

- A. $y = 2x - 3$.
 B. $x = 1 + y$.
 C. $y = -x$.
 D. $y = 1 + 3x$.

8. Qual dos valores abaixo indicados se aproxima mais do coeficiente de correlação dos dados apresentados na seguinte nuvem de pontos:



- A. $-0,5$. B. $0,8$. C. 0 . D. $2,0$.

9. Na eleição para uma assembleia municipal concorrem 5 listas A , B , C , D e E , para eleger 12 deputados. Suponha que os votos foram 2236, 1237, 323, 560 e 2560 nas listas A , B , C , D e E , respetivamente. Qual é a distribuição de deputados pelas listas se for utilizado o método de Saint-Laguë?

- A. $\begin{array}{l} A : 4 \\ B : 2 \\ C : 0 \\ D : 1 \\ E : 5 \end{array}$. B. $\begin{array}{l} A : 5 \\ B : 2 \\ C : 0 \\ D : 0 \\ E : 6 \end{array}$. C. $\begin{array}{l} A : 4 \\ B : 2 \\ C : 1 \\ D : 1 \\ E : 4 \end{array}$. D. $\begin{array}{l} A : 4 \\ B : 2 \\ C : 0 \\ D : 1 \\ E : 7 \end{array}$.

10. Considere a função, g , real de variável real, definida por

$$g(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - x - 2}.$$

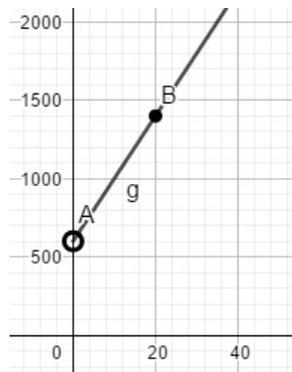
Qual é o seu domínio?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.
 B. $] - 1, 2[$. D. $] - \infty, -1[\cup] 2, +\infty[$.

Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de maneira clara, indicando **todos os cálculos** que efetuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode **recorrer à sua máquina de calcular** para efetuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida uma aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**. Em valores aproximados, realize arredondamentos com **4 casas decimais**.

1. Na figura está representado o gráfico da função g , em que $g(x)$ representa o valor cobrado por uma empresa de eventos, quando organiza um certo tipo de evento, para x pessoas. Os pontos $A(0, 600)$ e $B(20, 1400)$ pertencem à reta que contém o gráfico da função g . Resolva as alíneas seguinte, por métodos analíticos.



- a) Qual é o preço base cobrado pela empresa? E qual o preço cobrado por cada novo participante?
- b) Suponha que foram cobrados 5600 euros pela organização de um evento. Qual foi o número de participantes?

2. O número de espetadores de um evento (N) e o lucro obtido com o evento (L) são dados, respetivamente, por

$$N = -125P + 1250 \quad \text{e} \quad L = -125P^2 + 1250P - 2625,$$

em que P é o preço por bilhete, em euros. Suponha que houve um lucro de 375 euros e que o número de participantes foi superior a 600. Qual foi o preço do bilhete?

3. A gestão de uma cadeia de restaurantes está a realizar um estudo a uma amostra de clientes, para avaliar a necessidade de introduzir alterações nos serviços prestados. Foram recolhidos dados junto de uma amostra de clientes. Duas das variáveis estudadas foram o tempo de espera dos clientes por uma mesa (em minutos) e a despesa realizada no restaurante (em euros). Os dados recolhidos estão na tabela seguinte:

Tempo	5	7	7,5	8	9	11	12	14,5	17	18	21	25	30
Despesa	54	58	44	47	52	38	37	25,5	20	26	17	28	14

- a) Qual a mediana da *Despesa* dos dados recolhidos? Apresente a forma como pode chegar ao valor obtido (sem utilizar a calculadora).
- b) Avalie, através do coeficiente de correlação de Pearson, a relação linear entre as variáveis *Tempo* e *Despesa*. Interprete o valor obtido referindo-se ao tipo e intensidade da relação entre as duas variáveis, que este coeficiente permite avaliar.
- c) Determine a equação da reta dos mínimos quadrados que permite estimar a despesa em função do tempo de espera. Utilizando a equação obtida qual a estimativa para despesa de um cliente com tempo de espera de 10 minutos?
4. Considere o polinómio P definido por $P(x) = x^3 - 7x + 6$.
- a) Mostre que o polinómio P é divisível por $x - 2$.
- b) Resolva a condição $P(x) = 0$.
5. Um determinado tipo de pranchas de surf é produzido em três fábricas diferentes A, B e C.
- Sabe-se que na fábrica A se produz, por semana, o dobro das pranchas fabricadas em B e que as fábricas B e C produzem o mesmo número de pranchas.
 - Sabe-se também que 2% das pranchas produzidas nas fábricas A e B são defeituosas, enquanto que na fábrica C, 4% das pranchas produzidas são defeituosas. No final da semana, todas as pranchas são colocadas num depósito comum. Qual a probabilidade de uma prancha, retirada ao acaso,
- a) ser de uma das fábricas A ou B?
- b) ser da fábrica A, sabendo que é defeituosa?

FORMULÁRIO

Probabilidades

Consideremos uma experiência aleatória e_h , com universo Ω e os acontecimentos A , B , A_1 , A_2 , ..., A_n e E tais que: $P(E) \neq 0$, $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ e $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i, j = 1, 2, \dots, n : i \neq j$.

Então:

$$\diamond P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\diamond P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$$

$$\diamond P(E) = P(E \cap A_1) + P(E \cap A_2) + \dots + P(E \cap A_n)$$

$$\diamond P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i) P(A_i)}{P(E|A_1) P(A_1) + P(E|A_2) P(A_2) + \dots + P(E|A_n) P(A_n)}$$

Estatística Descritiva

Modalidades	Frequência Absoluta Ordinária	Frequência Relativa Ordinária	Frequência Absoluta Acumulada	Frequência Relativa Acumulada
x_1	n_1	f_1	N_1	F_1
x_2	n_2	f_2	N_2	F_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_i	n_i	f_i	$N_i = \sum_{j=1}^i n_j$	$F_i = \sum_{j=1}^i f_j$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_p	n_p	f_p	$N_p = n$	$F_p = 1$

$$\diamond \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^p f_i x_i$$

$$\diamond s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

Cotações

Grupo I	70
Cada resposta certa	7
Cada resposta errada ou não respondida	0
Grupo II	130
1.	25
a)	15
b)	10
2.	20
3.	30
a)	7
b)	13
c)	10
4.	25
a)	10
b)	15
5.	30
a)	15
b)	15